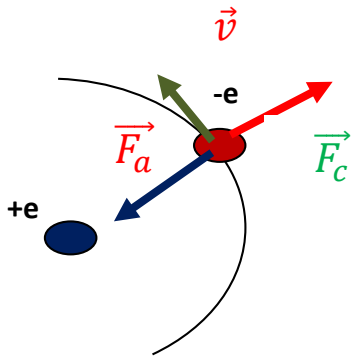
Correction
Série : Chimie atomistique

Exercice 6 :

1) **Le système étudié est l'atome d'hydrogène : 1 proton et 1 électron**

Energie totale du système est $E_T = E_C + E_P$



$E_C = \frac{1}{2} mv^2$

$E_P = \frac{-e2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

Application du Postulat mécanique de Bohr

$$\overrightarrow{\Sigma F_a} = 0 \quad \rightarrow \left|\overrightarrow{F_a}\right| = \left|\overrightarrow{F_c}\right|$$

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{mV^2}{r} \Rightarrow V^2 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 mr}$$

Application du Postulat du moment cinétique

$$mvr = n\frac{h}{2\pi} \Rightarrow v^2 = n^2 \frac{h^2}{4\pi^2 m^2 r^2}$$

<u>On déduit que :</u>

$$V^2 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 mr} = n^2 \frac{h^2}{4\pi^2 m^2 r^2} \quad \text{Et} \quad r = n^2 \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2}$$

En remplaçant V^2 par son expression dans E_c on aboutit à :

$$E_C = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} \quad \text{Et} \quad E_T = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

En remplaçant finalement r par son expression dans E_T on obtient :

$$E_T = E_n = -\frac{me^4}{8h^2\epsilon_0^2} \times \frac{1}{n^2}$$

Energie de l'orbite stationnaire n

AN : E_1 = -21.75 10^{-19} J = -13.6 eV

E_2 = -3.40 eV

E_3= -1.51 eV

E_4 = -0.85 eV

2)

3) Par Définition d'énergie d'ionisation (EI) correspond à l'énergie nécessaire pour arracher un électron à un atome. Autrement dit, elle correspond au passage de l'électron d'un niveau n vers un niveau qui tend vers ∞

→ $EI_n = E_\infty - E_n$ or $E_\infty = 0$

D'où : $EI_1 = E_\infty - E_1$ = 13.6 eV

$EI_2 = E_\infty - E_2$ = 3.40 eV

$EI_3 = E_\infty - E_3$ = 1.51 eV

$EI_4 = E_\infty - E_4$ = 0.85 eV

4) D'après le postulat optique de Bohr :

$$\Delta E = |E_n - E_m| = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{\Delta E} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{n-\infty} = \frac{hc}{EI_n}$$

AN :

$\lambda_{1-\infty} = 91.2\ nm \quad \lambda_{2-\infty} = 364.8\ nm \quad \lambda_{3-\infty} = 821.4\ nm \quad \lambda_{4-\infty} = 1459.2\ nm$

On retrouve les valeurs calculées à l'exercice 5 pour la dernière transition de la série de LYMAN, BALMER et PASCHEN

5) En utilisant toujours le postulat optique de Bohr pour la transition 1 → 2:

$$\lambda_{1-2} = \frac{hc}{\Delta E_{1-2}} = \frac{hc}{E_2 - E_1} = \frac{hc}{(-3.40 + 13.6) * 1.6\,10^{-19}}$$

AN :

$$\lambda_{1-2} = 121.6\ nm$$

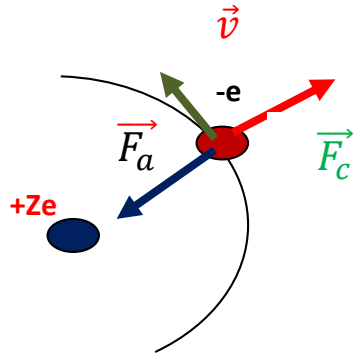
On retrouve la valeur calculée à l'exercice 5 pour la première transition de la série de Lyman

Exercice 7:

1) Par définition un hydrogènoïde est un ion monoatomique ne possédant qu'un seul électron → système avec **1è et Z protons**

a) 1er postulat de Bohr :

$$|\overrightarrow{F_a}| = |\overrightarrow{F_c}|$$



$$\frac{Z\,e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{mV^2}{r}$$

$$\Rightarrow V^2 = \frac{Z\,e^2}{4\pi\varepsilon_0 mr} \quad (1)$$

3éme postulat de Bohr : $\vec{L} = \vec{r} \Lambda\, m\vec{v} = n\,\frac{h}{2\pi}$

$$\Rightarrow v^2 = n^2\,\frac{h^2}{4\pi^2 m^2 r^2} \quad (2)$$

(1) = (2)

$$\Rightarrow r_n = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m e^2}\frac{n^2}{Z}$$

b) $E_T = E_C + E_P = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{Ze2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

en remplaçant V et r_n par leurs expressions on aboutira à l'équation :

$$E_n = -\frac{me^4}{4h^2\epsilon_0^2} \times \frac{z^2}{2n^2}$$

c) Pour l'hydrogène Z =1 et n = 1 $\quad r_1(H) = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m e^2} = 0.53$ Å

r_n (Hydrogénoïde) = $r_1(H) * \frac{n^2}{Z} = 0.53 * \frac{n^2}{Z}$ Å

et

E_n (Hydrogénoïde) = $E_1(H) * \frac{Z^2}{n^2} = -13.6 * \frac{Z^2}{n^2}$ eV

2) Pour Li^{2+} on a **Z =3**

$$E_1\,(Li^{2+}) = \mathbf{-13.6} * \frac{\boldsymbol{Z^2}}{\boldsymbol{n^2}} = \mathbf{-13.6} * \frac{\mathbf{3^2}}{\mathbf{1^2}} = \mathbf{-122.4\ eV}$$

$$E_2\,(Li^{2+}) = \mathbf{-13.6} * \frac{\boldsymbol{Z^2}}{\boldsymbol{n^2}} = \mathbf{-13.6} * \frac{\mathbf{3^2}}{\mathbf{2^2}} = \mathbf{-30.6\ eV}$$

$$E_3\,(Li^{2+}) = \mathbf{-13.6} * \frac{\boldsymbol{Z^2}}{\boldsymbol{n^2}} = \mathbf{-13.6} * \frac{\mathbf{3^2}}{\mathbf{3^2}} = \mathbf{-13.6\ eV}$$

$$E_4\,(Li^{2+}) = \mathbf{-13.6} * \frac{\boldsymbol{Z^2}}{\boldsymbol{n^2}} = \mathbf{-13.6} * \frac{\mathbf{3^2}}{\mathbf{4^2}} = \mathbf{-7.65\ eV}$$